

המסלול האקדמי המכללה למינהל

בית הספר לכלכלה



021974902

ת.ז. הסטודנט:

מספר חדר: 68

מספר נבחן: 2

מספר אסמכתא:

0505021299	2
021974902	

מבחן בקורס: מבוא לאקונומטריקה ב'

תאריך הבחינה: 1/3/2015

שנת הלימודים: ג, סמסטר: א, מועד: ב'

משך הבחינה: שעתיים

שם המתורגל/ים:

אלכס ברברמן

מגי מלמד

שם המרצה/ים:

די"ר דלית גפני

די"ר אבן חוולס

82

מבנה הבחינה: הבחינה מורכבת מחלק אחד.

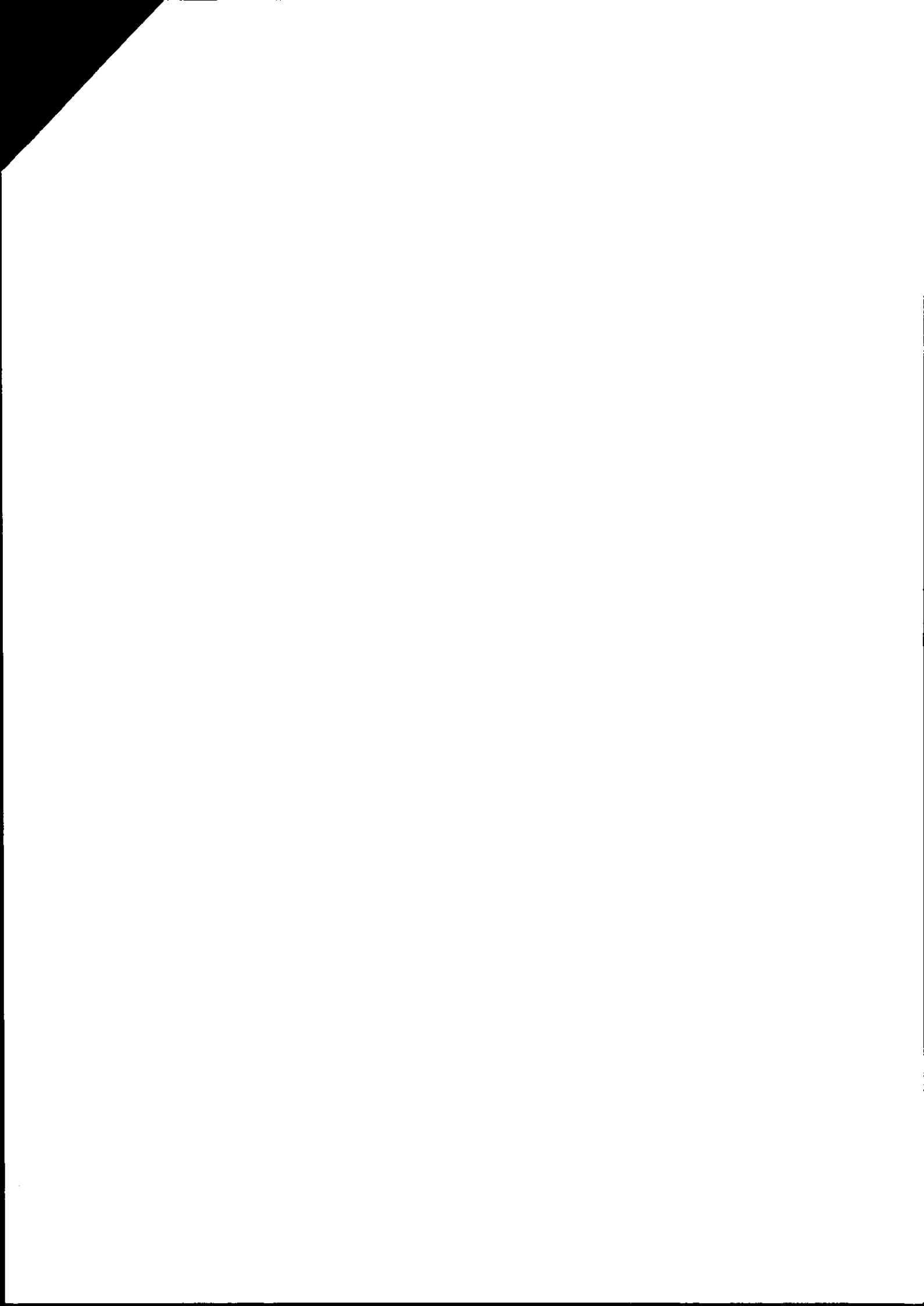
מספר השאלות הכולל בבחינה: 4.

משקל כל שאלה: בצמוד לכל שאלה

הוראות לנבחן:

- מותר השימוש ברק במחשב כיס
- יש לענות בגוף השאלון.
- נדרש להחזיר את השאלון.
- מצורף נספח לבחינה דף נוסחאות
- מחברת טיוטה: לא
- מחברת נפרדת
- לכל שאלה: לא

בהצלחה!!



22

68



בית הספר לכלכלה

ת.ז. 02 949120

מבוא לאקונומטריקה ב' - תשע"ה
בחינה - סמסטר א' - מועד ב' - 1.3.2015

הוראות

משך הבחינה: שעתיים
יש להקיף בעיגול את התשובה הנכונה ואו לרשום תשובה במקום המיועד לה, ורק שם.
רמת המובהקות בכל המבחנים הסטטיסטיים הינה 5%, ורמת הסמך 95%.
בכל החישובים יש להשתמש בכל הספרות אחרי הנקודה המופיעות בפלט

כהצחה

שאלה 1 (27 נקודות)

החוקרת רוצה לבדוק האם אכיפה ונפח התנועה משפיעים על תאונות הדרכים על פני זמן, לשם כך אספה נתונים על פני 30 שנה ואמדה את שתי המשוואות הבאות

$$A_t = \alpha + \beta \cdot K_t + U_t \quad (1)$$

$$A_t = \alpha + \beta_1 \cdot K_t + \beta_2 \cdot D_t + U_t \quad (2)$$

כאשר: A_t = מספר תאונות דרכים בשנה t

K_t = נפח התנועה (מיליוני ק"מ נסיעה) בשנה t

D_t = מספר דוחות תנועה בשנה t

התקבל כי כל המקדמים במשוואה (2) מובהקים. ידוע שככול שיש יותר דוחות יש פחות תאונות דרכים ושככול שנפח התנועה גדול יותר, יש יותר תאונות דרכים ושכבבישים בהם נפח התנועה גדול יותר, רמת אכיפה עולה ומספר הדוחות גדול יותר

(6) א. האומד של של נפח התנועה במשוואה (1) מוטה כלפי מטה. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת
הוכיחו את תשובתכם

Handwritten work on lined paper showing the regression equation $E(B_1) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \frac{S_{12}}{S_{11}}$ with annotations and a circled '2'.

1
(שאלה) מענה - אמת נכון
מענה נכון



אם נתון כי רמת האכיפה אינה מושפעת מנפח התנועה, אומד השונות במשוואה (1) חסר הטיה :
נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

החוקרת הוסיפה למשוואה (2) את מספר השוטרים בכל שנה. נתון כי כל שוטר ממלא 800 דוחות בשנה :

(4) ג. לא ניתן לאמוד את המשוואה בתוספת מספר השוטרים :

1. נכון והסיבה: מיוצר בעזרת אלגוריתמים לא

2. לא נכון והסיבה:

3. לא ניתן לדעת והסיבה:

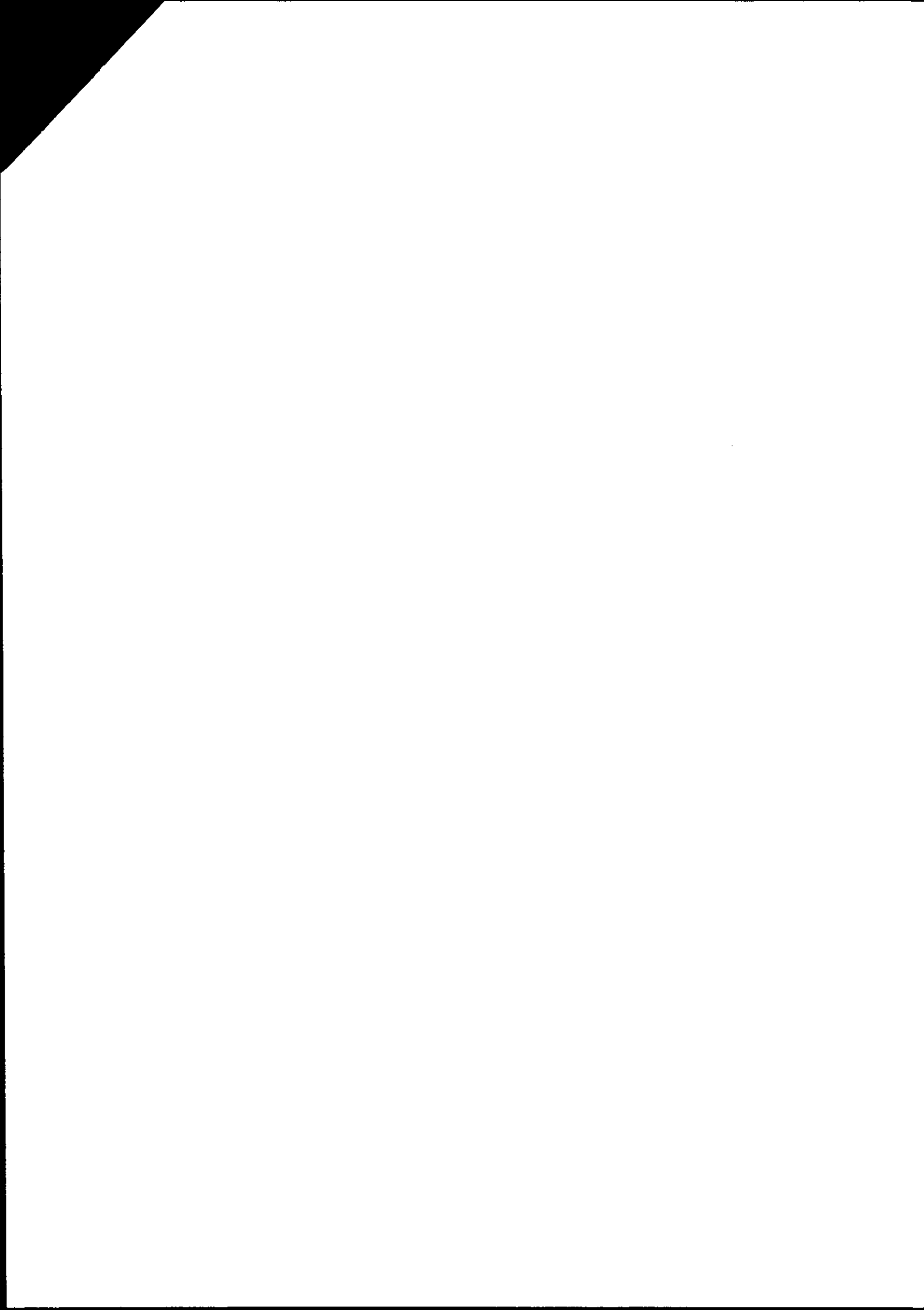
(3) ד. אמידת המשוואה עם מספר השוטרים במקום מספר הדוחות תתן תוצאות זהות של R^2 :
נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(4) ה. אם נתון כי כל שוטר ממלא בערך 1000 דוחות בשנה, התשובה לסעיף ג' נשארת ללא שינוי :

1. נכון והסיבה: אם עומדים את אותו השטח מיוצר בעזרת אלגוריתמים לא

2. לא נכון והסיבה:

3. לא ניתן לדעת והסיבה:



תוצאת רצתה לבדוק האם מספר כלי הרכב הנוסעים בכביש, משפיעים על תאונות הדרכים, לשם כך
 מדה בנוסף למשוואה (2) את המשוואה הבאה:

$$A_t = \alpha + \underbrace{\beta_1 \cdot K_t}_{(0.0003)} + \underbrace{\beta_2 \cdot D_t}_{(0.0125)} + \underbrace{\beta_3 \cdot R_t}_{(0.2689)} + U_t \quad (3)$$

מוכנה

כאשר: R_t = מספר כלי הרכב בשנה t

המספרים בסוגרים הם ערכי p-value למובהקות המקדמים

- (4) ו. במשוואה (3):
 1. יש בעיה של הוספת משתנה לא רלוונטי כי R_t לא מוכנה
 2. אין בעיה
 3. אין מספיק נתונים כדי להחליט אם יש או אין בעיה

(2) ז. האומדים במשוואה (3) לינאריים חסרי הטיה ונקיבים אך לא יעילים: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

$T=1000$

שאלה 2 (22 נקודות)

חוקרת בדקה השפעות השכלה, מין וותק על הכנסה מעבודה, במדגם בן 1000 תצפיות מסקר הוצאות המשפחה, לפי המשוואה הבאה:

$$\ln(Y) = \alpha + \beta_0 \cdot \text{EXP} + \beta_1 \cdot (\text{EXP} \cdot D_1) + \beta_2 \cdot (\text{EXP} \cdot D_2) + \beta_3 \cdot (\text{EXP} \cdot D_3) + U \quad (1)$$

- כאשר: D_1 = משתנה דמי: 1 = עבור נשים בעלות השכלה גבוהה, 0 = אחרת
 D_2 = משתנה דמי: 1 = עבור נשים בעלות השכלה נמוכה, 0 = אחרת
 D_3 = משתנה דמי: 1 = עבור גברים בעלי השכלה גבוהה, 0 = אחרת
 D_4 = משתנה דמי: 1 = עבור גברים בעלי השכלה נמוכה, 0 = אחרת
 EXP = מסי שנות ותק
 $\ln(Y)$ = לוג הכנסה חודשית (ברוטו)

(3) א. החוקרת הניחה כי יש השפעה של מין ו/או השכלה על השכר ההתחלתי: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(3) ב. החוקרת הניחה כי הפערים בין גברים לנשים אינם משתנים בהתאם להשכלה: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

	השכלה גבוהה	השכלה נמוכה	
	$\beta_0 + \beta_1$	$\beta_0 + \beta_2$	שיעור
	$\beta_0 + \beta_3$	β_0	מספר
3	$\beta_1 - \beta_3$	β_2	מספר



ג. ההשערות לבדיקת ההשערה שהפערים בין נשים לגברים, גבוהים יותר בקרב בעלי השכלה נמוכה
 במשוואה (1) הינן:

$H_0: \underline{\beta_2 = \beta_1 - \beta_3}$ ✓
 $H_1: \underline{\beta_2 > \beta_1 - \beta_3}$

(3) ד. אמידת 4 רגרסיות נפרדות לכל קבוצה תתן תוצאות זהות לחלוטין לאמידת משוואה (1):
 נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

~~$\beta_0 + \beta_2 = \beta_0 + \beta_1$~~

(3) ה. השערת האפס לבדיקת ההשערה שאין השפעות השכלה בקרב נשים, במשוואה (1) הינה:

$H_0: \underline{\beta_2 = \beta_1}$ ✓

~~שאלה~~

(3) ו. אמידת המשוואה הבאה במקום משוואה (1) תתן תוצאות זהות לחלוטין:

$LN(Y) = \alpha_0 + \lambda_0 \cdot EXP + \lambda_1 (EXP \cdot S) + \lambda_2 (EXP \cdot E) + \lambda_3 (EXP \cdot S \cdot E) + W$ (2)

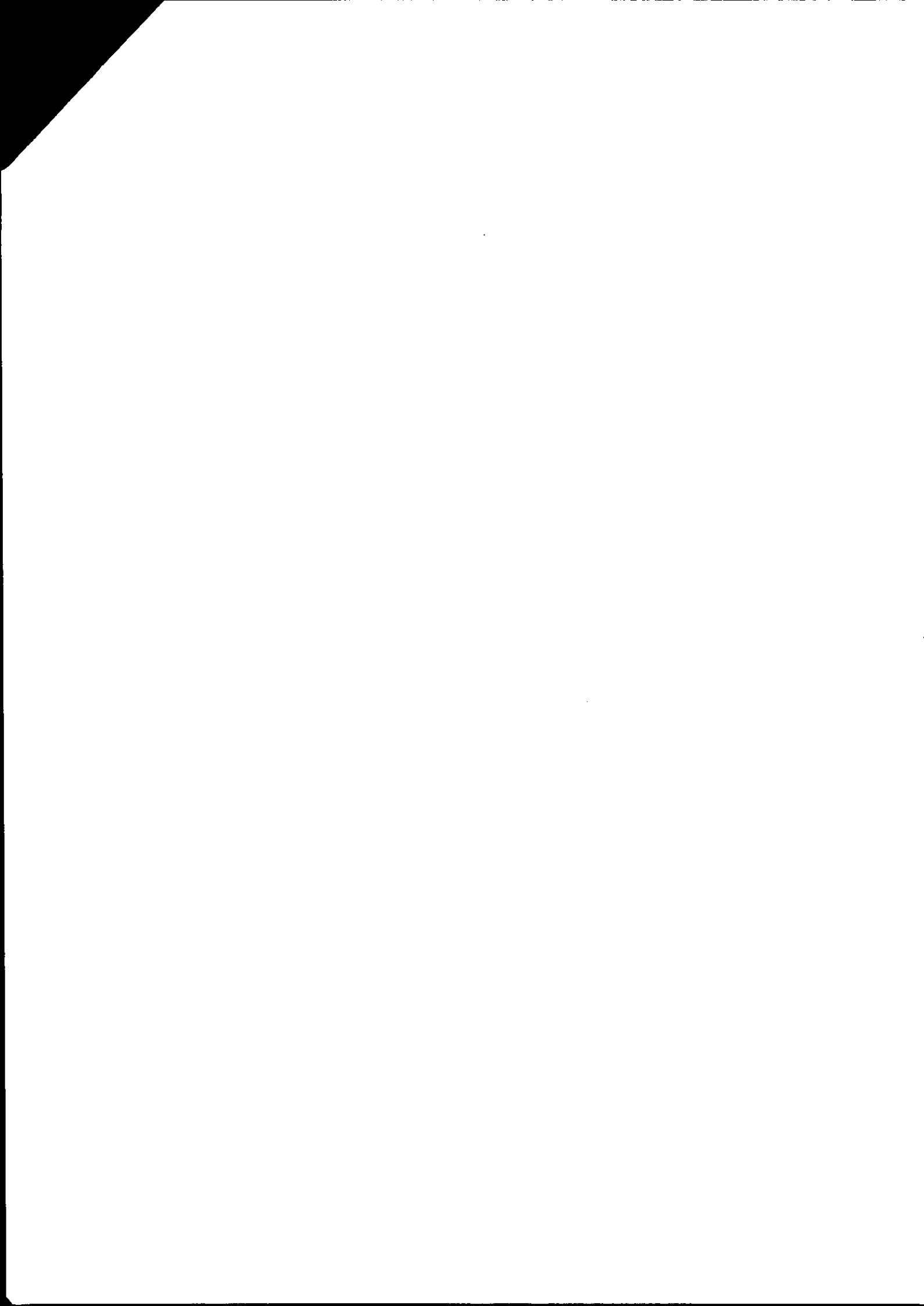
S = משתנה דמי: 1 = עבור נשים, 0 = גברים
 E = משתנה דמי: 1 = עבור בעלי השכלה גבוהה, 0 = השכלה נמוכה

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(3) ז. ההשערות לבדיקת ההשערה שהפערים בין נשים לגברים לנשים, גבוהים יותר בקרב בעלי השכלה נמוכה במשוואה (2) הינה:

$H_0: \underline{\lambda_1 = \lambda_1 + \lambda_3} \mid 0 = \lambda_3$
 $H_1: \underline{\lambda_1 > \lambda_1 + \lambda_3} \mid 0 > \lambda_3$ ✓

נשים נמוכה	נשים גבוהה	
$\lambda_0 + \lambda_1$	$\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$	נשים
λ_0	$\lambda_0 + \lambda_2$	גברים
λ_1	$\lambda_1 + \lambda_3$	פערים



נונת המשוואות הבאות :

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X + \alpha_2 \cdot Z_1 + \alpha_3 \cdot Z_2 + \alpha_4 \cdot Z_3 + \alpha_5 \cdot Z_4 + \alpha_6 \cdot Z_5 + \alpha_6 \cdot Z_6 + U_i \quad (1)$$

$$X_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot Y_i + \beta_2 \cdot Z_1 + \beta_2 \cdot Z_2 + V_i \quad (2)$$

כאשר נתון כי $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$ אינם מתואמים עם הטעויות וכל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

סוגר
אין מענה
סגורתי

(2) א. ניתן לאמוד באורח עקיב ויעיל את משוואה (2) בכל שלוש השיטות :

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(2) ב. משוואת הצורה המצומצמת ל X_i הינה (יש להציג משתנה מוסבר ומשתנים מסבירים בלבד):

$$X_i = \beta_0 + \beta_1 Y_i + \beta_2 Z_1 + \beta_2 Z_2$$

(2) ג. אמידת הפרמטרים של הצורה המצומצמת ל Y_i ברי"פ תתן אומדים מוטלים, אך עקיבים ויעילים :

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(2) ד. שימוש ב \hat{X} מהצורה המצומצמת כמשתנה עזר לאמידת משוואה (1),

1. יתן אומדים עקיבים אך לא יעילים

2. יתן אומדים עקיבים ויעילים (אסימפטוטית)

3. לא ניתן להשתמש ב \hat{X} כמשתנה עזר כי תיווצר בעיה של $\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$

4. כל התשובות אינן נכונות

(2) ה. ניתן להשתמש ב- $(5Z_1 + 8Z_6)$ כמשתנה עזר לאמידת משוואה (2), אך לא נקבל אומדים יעילים :

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(2) ו. שימוש ב- $8Z_6$ כמשתנה עזר לאמידת משוואה (2) יתן אומדים זהים לאלה שנקבל בסעיף ה' :

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(2) ז. שימוש ב- $5Z_5 + 8Z_6$ כמשתנה עזר לאמידת משוואה (2) יתן אומדים זהים לאלה שנקבל בסעיף ה' :

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת



הוספת Y_{t-1} למשוואה (2) תשנה את הזיהוי של משוואה (1):

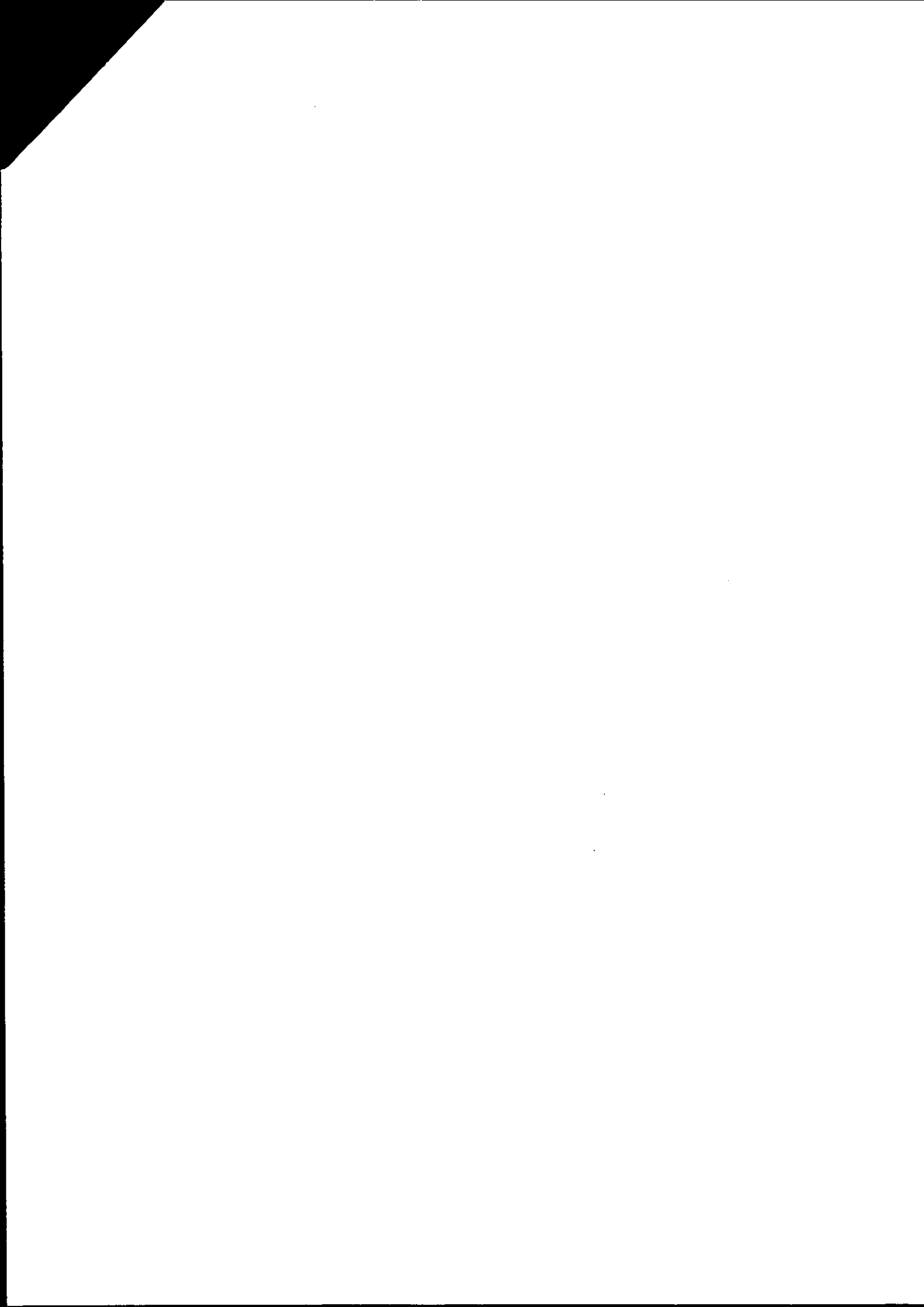
1. נכון והסיבה: Y_{t-1} יתקן את הבעיה של היתריות
2. לא נכון והסיבה: Y_{t-1} יגרום לבעיה של חוסר זיהוי
3. לא ניתן לדעת והסיבה:

אם נוסיף למשוואה (2) משתנה Z_7 שגם הוא אינו מתואם עם הטעויות

(6) ט. שימוש ב $5 \cdot Z_1 + 6 \cdot Z_3 - 8 \cdot Z_4 - 3 \cdot Z_7$ מהצורה המצומצמת כמשתנה עזר לאמידת משוואה (1) יתן

- אומדים זהים לשימוש ב Z_7 כמשתנה עזר לאמידת משוואה (1):
- נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת
- הוכיחו את תשובתכם בעזרת המשוואות הנורמליות

$\sum V_T Z_1 = 0$		$\sum V_T (5Z_1 + 6Z_3 - 8Z_4 - 3Z_7)$
$\sum V_T Z_2 = 0$		$5 \sum V_T Z_1 + 6 \sum V_T Z_3 - 8 \sum V_T Z_4 - 3 \sum V_T Z_7$
$\sum V_T Z_3 = 0$		
$\sum V_T Z_4 = 0$	A	$-3 \sum V_T Z_7 = 0 \quad / -3 \sum V_T$
$\sum V_T Z_5 = 0$		$Z_7 = 0$
$\sum V_T Z_6 = 0$		



הוקר אמד את הקשר בין הכנסה לחסכון ולשם כך נאמדה המשוואה הבאה:

$$SAVE_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + U_t \quad (1)$$

כאשר: $SAVE_t$ = החסכון הלאומי בשנה t

$INCOME_t$ = ההכנסה הלאומית בשנה t

התקבל כי ההכנסה והחסכון נמצאים במגמת עליה על פני זמן
להלן תוצאות האמידה של משוואה (1)

~~הכנסה~~ + ~~חסכון~~ = ~~אמידה~~
מכניסו
כ/ט

Model: MODEL1
Dependent Variable: save

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	339982475	339982475	132.31	<.0001
Error	34	87368164	2569652		
Corrected Total	35	427350639			

Root MSE	1603.01337	R-Square	0.7956
Dependent Mean	14346	Adj R-Sq	0.7895
Coeff Var	11.17407		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	9766.81626	479.43172	20.37	<.0001
income	1	0.41077	0.03571	11.50	<.0001

$2(1-\rho)$

Durbin-Watson D	0.726
Number of Observations	36
1st Order Autocorrelation	0.737

$K=1$
 $T=36$

החוקר רוצה לבדוק האם במשוואה (1) קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון: $U_t = \rho \cdot U_{t-1} + \varepsilon_t$, $|\rho| < 1$

(4) א. בדיקת טענת החוקר לפי הסטטיסטי DW:

1. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי DW בעזרת הנתונים הקיימים
2. הסטטיסטי DW הינו: _____, ולכן קיים מתאם סדרתי שלילי
3. הסטטיסטי DW הינו: 0.726, ולכן קיים מתאם סדרתי חיובי
4. הסטטיסטי DW הינו: _____, ולכן לא קיים מתאם סדרתי
5. הסטטיסטי DW הינו: _____, ולכן לא ניתן לקבוע אם המתאם הסדרתי מובהק



סמני את התשובה הנכונה בהכרח:

1. האומדים לינאריים חסרי הטיה עקיבים אך לא יעילים
2. האומדים אינם יעילים, אך בדיקת השערות תקפה
3. האומדים מוטים אך עקיבים
4. האומדים יעילים, אך בדיקת השערות אינה תקפה
5. כל התשובות אינן נכונות.

$$SAVE_t - \rho SAVE_{t-1} = \delta_0 - \rho \delta_0 + \beta_1 INCOME_t - \rho \beta_1 INCOME_{t-1} + U_t - \rho U_{t-1} \quad (3) \text{ ג. אומד השונות של } U_t (\sigma^2):$$

1. מוטה כלפי מעלה

2. מוטה כלפי מטה

3. חסר הטיה

4. האומד מוטה, אך לא ניתן לדעת מהו כיוון ההטיה

(4) ד. רגרסית ההפרשים לפתרון מתאם סדרתי במשוואה (1) הינה:

$$Z_t = \delta_0 + \delta_1 \cdot W_t + \eta_t$$

כאשר (במונחי המשתנים והפרמטרים של משוואה (1)):

$$W_t = \frac{INCOME_t - \rho INCOME_{t-1}}{\quad} \quad Z_t = \frac{SAVE_t - \rho SAVE_{t-1}}{\quad}$$

$$\eta_t = \frac{U_t - \rho U_{t-1}}{\quad}$$

$$\delta_0 = \frac{-2}{\quad} \quad \delta_1 = \frac{\beta_1 - \rho \beta_1}{\quad}$$

החוקר אמד בנוסף את המודל:

$$(2) \quad SAVE_t = \alpha + \beta_1 \cdot INCOME_t + \beta_2 \cdot INCOME_{t-1} + \beta_3 \cdot SAVE_{t-1} + \varepsilon_t$$

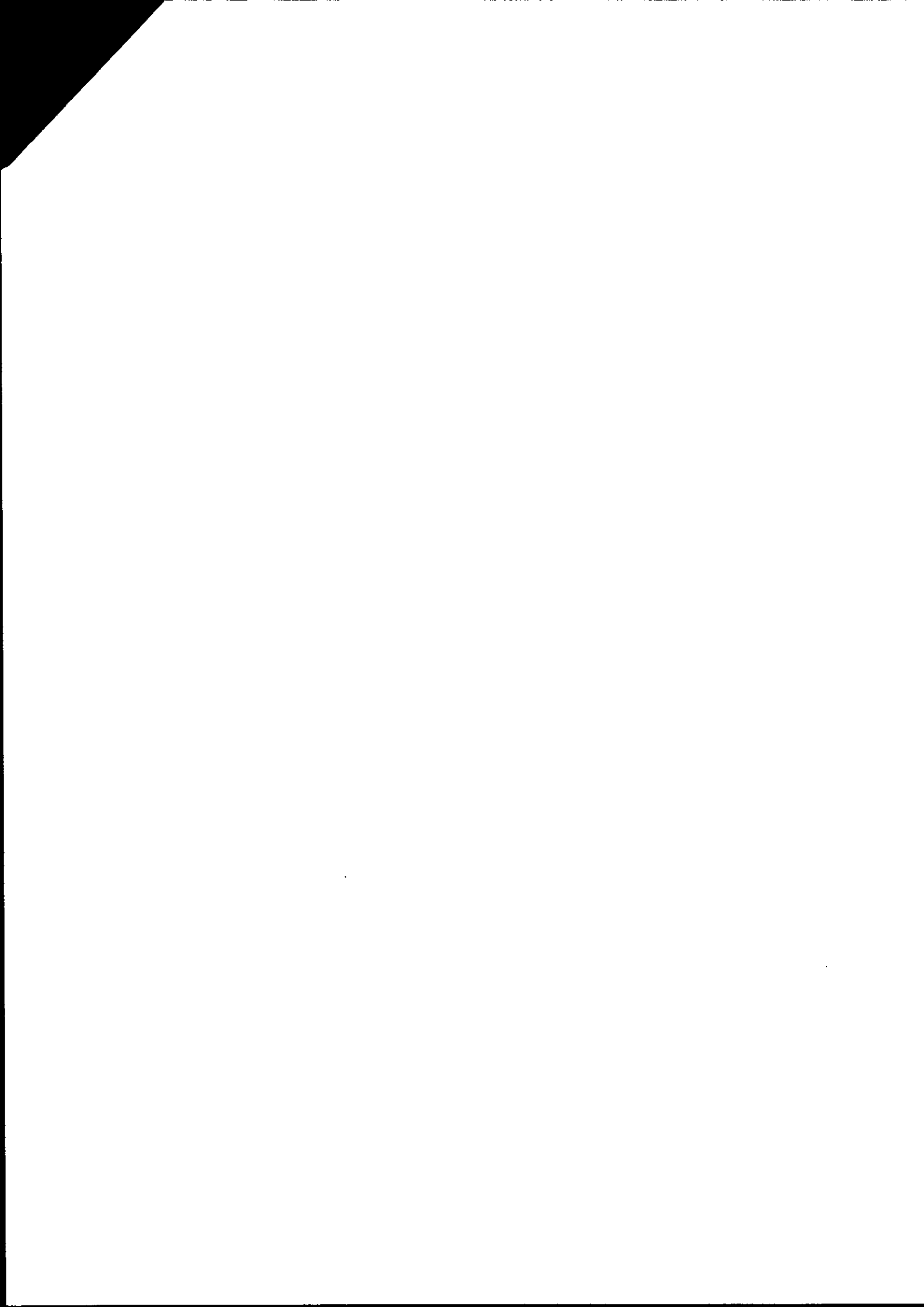
(3) ה. החוקר אמד את משוואה (2) על מנת לפתור את בעיית המתאם הסדרתי שהתגלתה במשוואה (1):

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(3) ו. משוואה (2) היא צורת הצגה שונה של רגרסיית החפרשים:

נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

(3) ז. אם במשוואה (2) יש מתאם סדרתי, אזי אומדים מוטים אך עקיבים: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת



ג. ח. ניתן להשתמש בסטטיסטי של DW על מנת לבדוק מתאם סדרתי במשוואה (2):

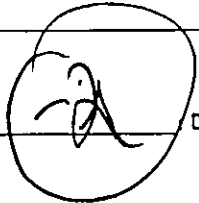
נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

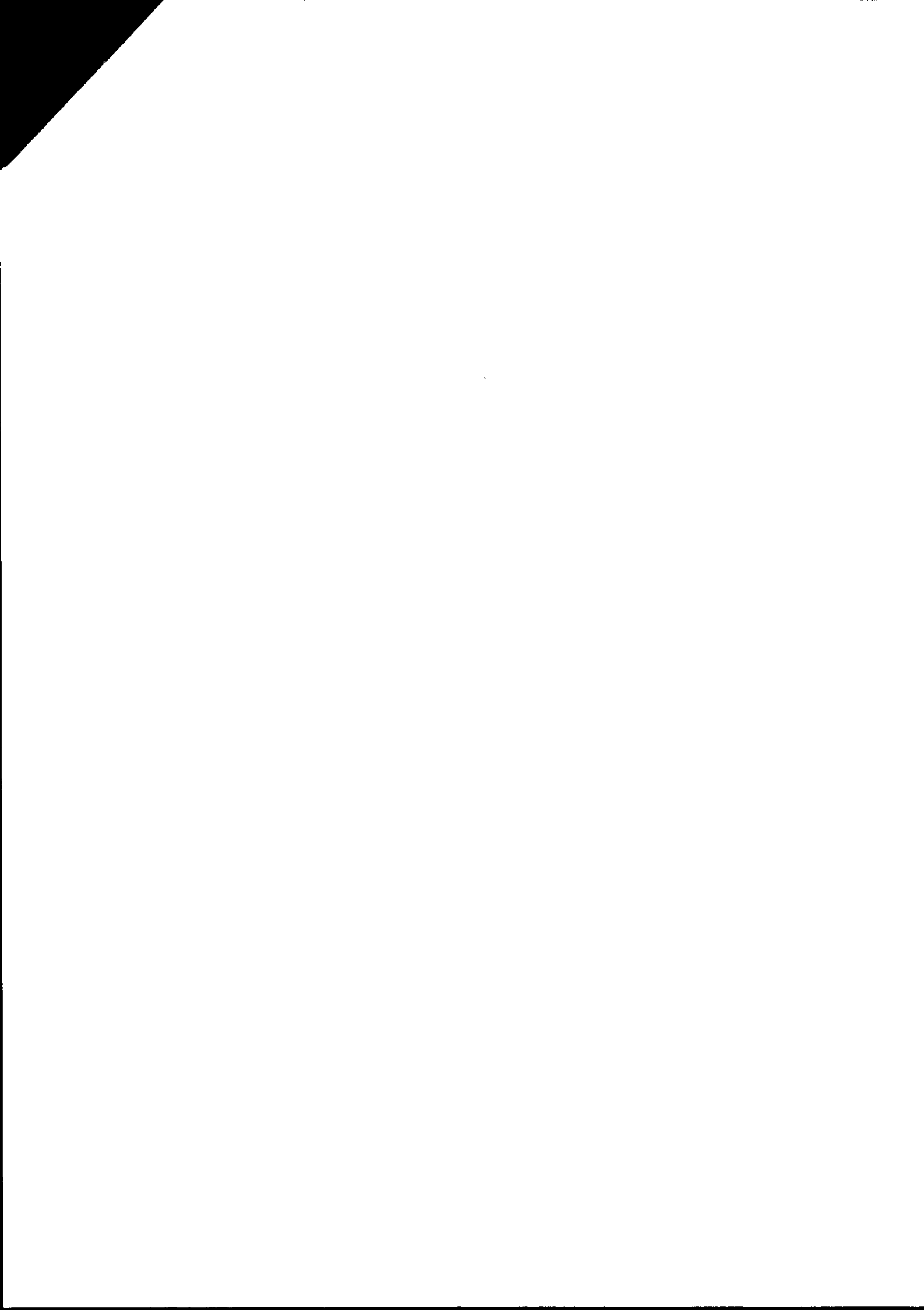


ד. ט. ברגרסית עזר למבחן LM הבודק מתאם סדרתי מסדר שני במשוואה (2):

המשתנה המוסבר הינו: ϵ_t

המשתנים המסבירים הינם: $B_1 \text{ INCOME}$ ~~$B_2 \text{ INCOME}$~~ $B_3 \text{ SAVE}_{t-1}$ ϵ_{t-1} ϵ_{t-2}





מבוא לאקונומטריקה ב'
דף לחישובים

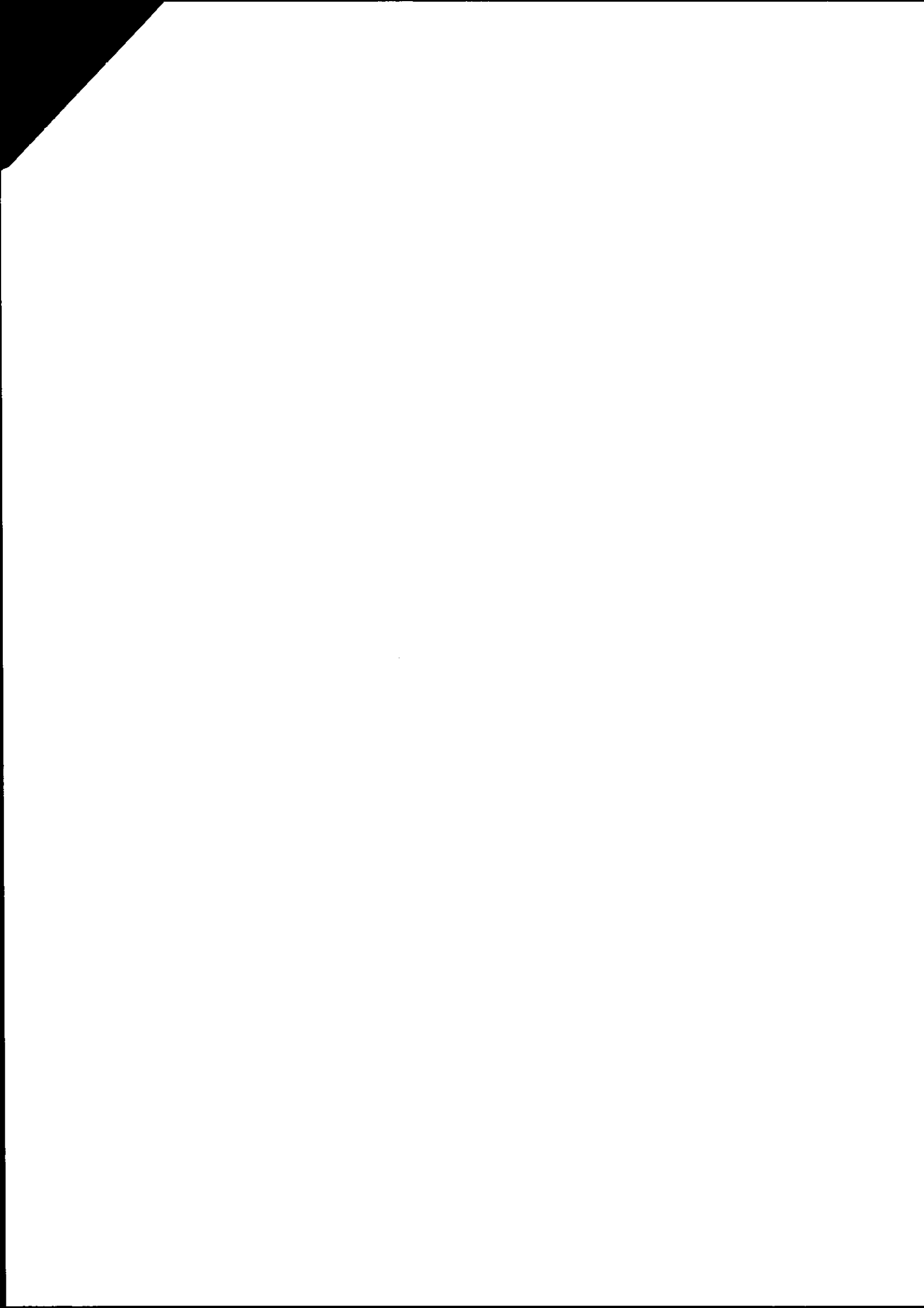
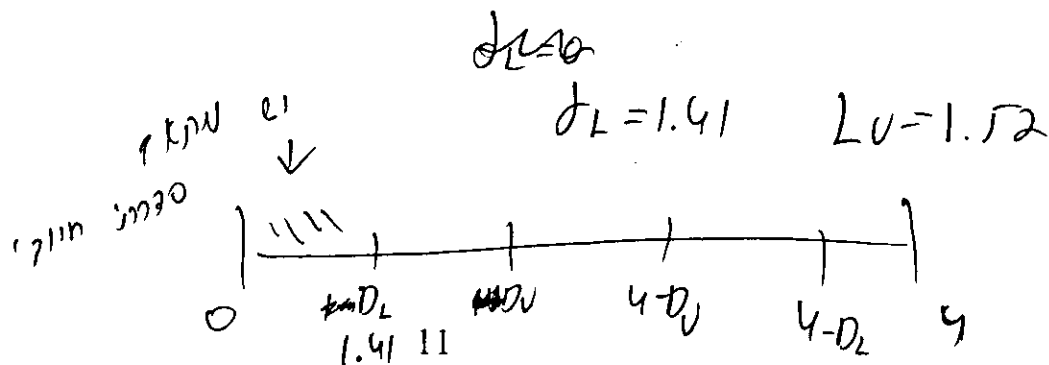


TABLE 12 Cutoff Points for the Distribution of the Durbin-Watson Test Statistic

Let d_L be the number such that $P(d < d_L) = \alpha$, where the random variable d has the distribution of the Durbin-Watson statistic under the null hypothesis of no autocorrelation in the regression errors. For probabilities $\alpha = .05$ and $\alpha = .01$, the tables show, for numbers of independent variables, K , values d_L and d_U such that $d_L \leq d \leq d_U$, for numbers n of observations.

$\alpha = .05$										
n	K									
	1		2		3		4		5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78





דף נוסחאות - מבוא לאקונומטריקה ב'

רגרסיה עם שני משתנים מסבירים : $Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + U_t$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{y1} \cdot S_{22} - S_{y2} \cdot S_{12}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} \quad \text{VAR}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{S_{11}(1-r_{12}^2)}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{S_{y2} \cdot S_{11} - S_{y1} \cdot S_{12}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} \quad \text{VAR}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{S_{22}(1-r_{12}^2)}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \cdot \bar{X}_2$$

מבחן WALD :

$$W = \frac{\frac{ESS_R - ESS_U}{DF_R - DF_U}}{\frac{ESS_U}{DF_U}} = \frac{\frac{R_U^2 - R_R^2}{DF_R - DF_U}}{\frac{1 - R_U^2}{DF_U}}$$

השמטת משתנה :

$Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + U_t$ המודל האמיתי :

$Y_t = \delta + \beta_1^* \cdot X_{1t} + \varepsilon_t$ המודל הנאמד :

$$E(\beta_1^*) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \frac{S_{12}}{S_{11}}$$

